

Les opérations sur les fractions

Leçons

- 3.1** La multiplication de fractions impropres et de nombres fractionnaires
- 3.2** La division d'une fraction par un nombre naturel
- 3.3** La division d'une fraction par une fraction
- 3.4** Dans la vie quotidienne : les fractions

Quelle fraction du jardin sert à cultiver des carottes?

As-tu une parcelle de terrain dans un jardin communautaire? Si c'est le cas, as-tu déjà cultivé des légumes tels que des brocolis, des carottes ou du maïs?

Imagine que ta famille a $1\frac{1}{2}$ parcelle dans un jardin communautaire. Tu veux faire pousser des carottes sur $\frac{1}{4}$ de cette surface. Quelle fraction d'une parcelle vaut $\frac{1}{4}$ de votre portion du jardin? Pour le trouver, tu peux multiplier $1\frac{1}{2}$ par $\frac{1}{4}$.

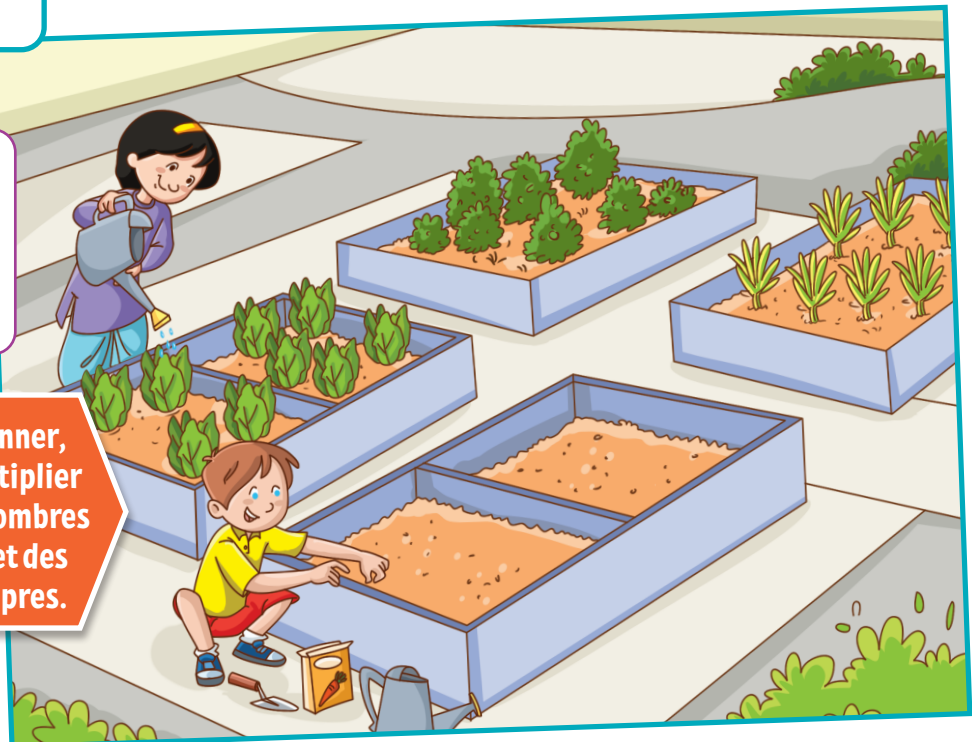
Cet exemple illustre une utilisation de la multiplication de nombres fractionnaires dans une situation de la vie quotidienne. Dans ce chapitre, tu étudieras les opérations sur des nombres fractionnaires et des fractions impropres, et tu résoudras des problèmes liés à la vie quotidienne.



Réfléchis aux situations où tu as utilisé des fractions en dehors de l'école. Pourquoi as-tu utilisé des fractions?



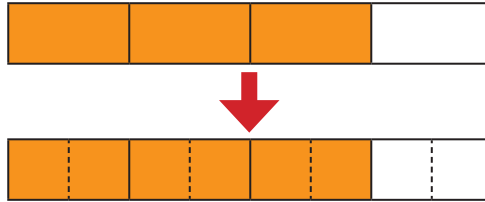
On peut additionner, soustraire, multiplier et diviser des nombres fractionnaires et des fractions impropres.



Déterminer des fractions équivalentes

$\frac{3}{4}$ équivaut à $\frac{6}{8}$.

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} &= \frac{3 \times 2}{4 \times 2} \\ &= \frac{6}{8}\end{aligned}$$



Révision éclair

Détermine une fraction équivalente.

① $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}$

② $\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}$

③ $\frac{5}{6}, \frac{10}{12}, \frac{15}{18}$

Les réponses peuvent varier.
Les réponses indiquées sont des exemples.

Simplifier des fractions

$$\begin{aligned}\frac{6}{8} &= \frac{6 \div 2}{8 \div 2} \\ &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

Divise le numérateur et le dénominateur par leur plus grand facteur commun.

Révision éclair

Simplifie les fractions suivantes.

④ $\frac{5}{10}, \frac{1}{2}$

⑤ $\frac{15}{25}, \frac{3}{5}$

⑥ $\frac{18}{32}, \frac{9}{16}$

Additionner et soustraire des fractions ayant des dénominateurs différents

Additionne $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

Fais la liste des multiples de chaque dénominateur pour déterminer le plus petit dénominateur commun.

Multiples de 3: 3, 6, 9, 12, 15...

Multiples de 4: 4, 8, 12...

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} + \frac{3}{4} &= \frac{8}{12} + \frac{9}{12} \\ &= \frac{17}{12} \text{ ou } 1\frac{5}{12}\end{aligned}$$

Utilise le plus petit dénominateur commun, 12, pour réécrire $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$ comme des fractions semblables.
Effectue l'addition.

$$\begin{aligned}\frac{7}{9} - \frac{2}{3} &= \frac{7}{9} - \frac{6}{9} \\ &= \frac{1}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 - \frac{3}{8} &= \frac{8}{8} - \frac{3}{8} \\ &= \frac{5}{8}\end{aligned}$$

Révision éclair

Effectue les opérations suivantes.

7 $\frac{2}{3} + \frac{8}{15} = 1\frac{1}{5}$

8 $3 - \frac{5}{7} = 2\frac{2}{7}$

9 $4 - \frac{8}{11} = 3\frac{3}{11}$

Multiplier et diviser un nombre naturel par une fraction propre

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} \times 7 &= \frac{2 \times 7}{5} \\ &= \frac{14}{5} \text{ ou } 2\frac{4}{5}\end{aligned}$$

Multiplie le numérateur par le nombre naturel.

Pour simplifier ta réponse, convertis-la en nombre fractionnaire.

$$5 \div \frac{2}{3} = 5 \times \frac{3}{2}$$

Pour diviser un nombre par une fraction, multiplie-le par l'inverse de la fraction.

$$= \frac{15}{2} \text{ ou } 7\frac{1}{2}$$

Simplifie ta réponse.

Pour déterminer l'inverse d'une fraction, «renverse» la fraction.

$$\frac{5}{3} \rightarrow \frac{3}{5}$$

Deux fractions sont l'inverse l'une de l'autre lorsque leur produit vaut 1.

$$\frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = 1$$



Révision éclair

Effectue les opérations suivantes.

10 $\frac{1}{4} \times 12 = 3$

11 $\frac{3}{8} \times 10 = 3\frac{3}{4}$

12 $5 \div \frac{5}{8} = 8$

Multiplier et diviser une fraction propre par une fraction propre

$$\begin{aligned}\frac{6}{8} \times \frac{1}{4} &= \frac{6 \times 1}{8 \times 4} \\ &= \frac{6}{32} \\ &= \frac{3}{16}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{5}{7} \div \frac{2}{7} &= \frac{5}{7} \times \frac{7}{2} \\ &= \frac{5}{7 \div 7} \times \frac{7 \div 7}{2} \\ &= \frac{5}{1} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{5}{2} \text{ ou } 2\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Révision éclair

Effectue les opérations suivantes.

13 $\frac{2}{5} \times \frac{4}{11} = \frac{8}{55}$

14 $\frac{5}{12} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{8}$

15 $\frac{6}{8} \div \frac{9}{12} = 1$

16 $\frac{2}{3} \div \frac{7}{10} = \frac{20}{21}$

Déterminer le taux unitaire pour résoudre un problème

7 billets coûtent 49\$. Combien coûtent 6 billets?

7 unités \longrightarrow 49\$

1 unité \longrightarrow $49\$ \div 7 = 7\$$

6 unités \longrightarrow $6 \times 7\$ = 42\$$

6 billets coûtent 42\$.

Révision éclair

Résous le problème suivant.

17 Une librairie vend 5 livres pour 15\$. Combien coûtent 3 livres?

5 livres \longrightarrow 15\$

1 livre \longrightarrow $15\$ \div \frac{5}{5} = \frac{3}{3} \$$

3 livres \longrightarrow $\frac{3}{3} \times \frac{3}{3} \$ = \frac{9}{3} \$$

3 livres coûtent 9 \$.

La division d'une fraction par un nombre naturel

Objectif

- Diviser une fraction par un nombre naturel.

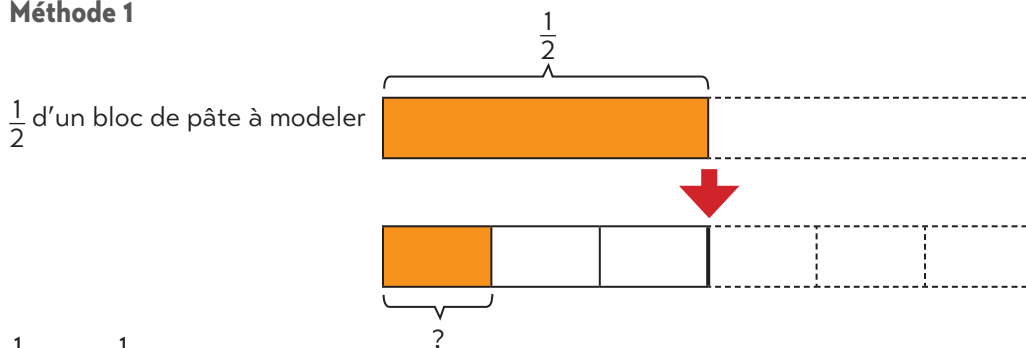
Vocabulaire

- inverse

J'APPRENDS Diviser une fraction unitaire par un nombre naturel

Maura coupe un bloc de pâte à modeler rectangulaire en 2 moitiés. Puis elle divise 1 moitié en 3 parties égales. Quelle fraction du bloc représente chacune des 3 parties?

Méthode 1



$$\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{6}$$

Le modèle montre que chaque partie vaut $\frac{1}{6}$ du bloc de pâte à modeler.

Méthode 2

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \div 3 &= \frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Chaque partie vaut $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ du bloc de pâte à modeler.

Chaque partie vaut $\frac{1}{6}$ du bloc de pâte à modeler.

Méthode 3

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \div 3 &= \frac{1}{2} \div \frac{3}{1} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$\frac{1}{3}$ est l'**inverse** de $\frac{3}{1}$, ou 3. Diviser une quantité par un nombre équivaut à la multiplier par l'inverse de ce nombre.

Chaque partie vaut $\frac{1}{6}$ du bloc de pâte à modeler.

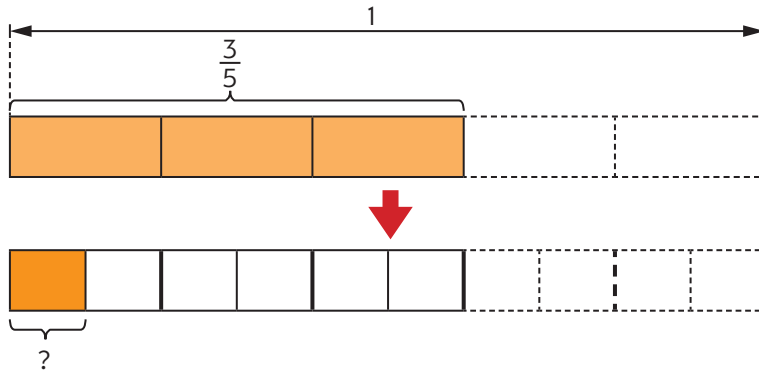


APPRENTISSAGE GUIDÉ

Résous le problème suivant.

- 1 Il reste à Shaun $\frac{3}{5}$ d'un rouleau de fil métallique. Shaun coupe le fil qui reste en 6 bouts de longueur égale. Quelle fraction du rouleau initial chaque bout de fil représente-t-il?

Méthode 1



$$\frac{3}{5} \div 6 = \frac{1}{10}$$

Le modèle montre que chaque bout de fil représente $\frac{1}{10}$ du rouleau initial.

Méthode 2

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} \div 6 &= \frac{1}{6} \text{ de } \frac{3}{5} \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{3}{30} \\ &= \frac{1}{10}\end{aligned}$$

Chaque bout de fil représente $\frac{1}{10}$ du rouleau initial.

Méthode 3

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} \div 6 &= \frac{3}{5} \div \frac{6}{1} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{3}{30} \\ &= \frac{1}{10}\end{aligned}$$

Chaque bout de fil représente $\frac{1}{10}$ du rouleau initial.

ATTENTION

Avant de déterminer l'inverse d'un nombre naturel, tu dois le convertir en fraction impropre.

Remarque

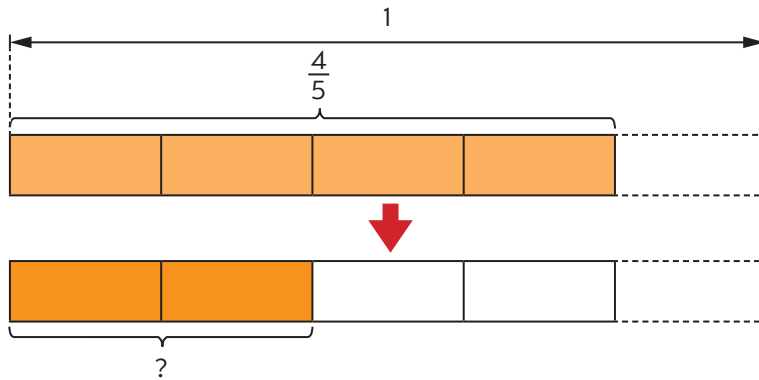
Réduis toujours ta réponse à sa plus simple expression.

$$\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

J'APPRENDS Diviser une fraction par un nombre naturel

Charlotte a $\frac{4}{5}$ d'un cantaloup. Elle le coupe en 2 morceaux égaux.
Quelle fraction de tout le cantaloup chaque morceau représente-t-il?

Méthode 1



Le modèle montre que chaque morceau représente $\frac{2}{5}$ de tout le cantaloup.

Méthode 2

$$\begin{aligned}\frac{4}{5} \div 2 &= \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{2}{5}\end{aligned}$$

Chaque morceau de cantaloup représente $\frac{2}{5}$ de tout le cantaloup.

APPRENTISSAGE GUIDÉ

Résous le problème suivant.

2 Détermine $\frac{9}{11} \div 3$.

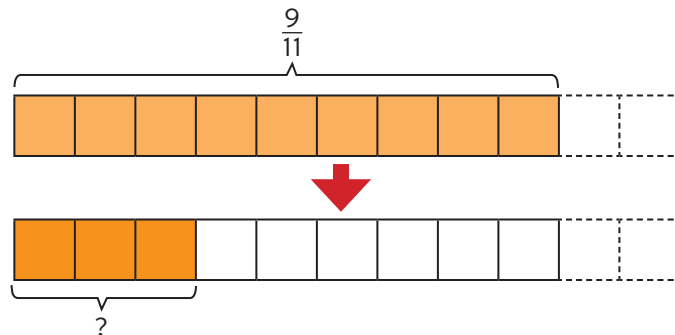
Méthode 1

Le modèle montre que

$$\frac{9}{11} \div 3 = \frac{3}{11}$$

Méthode 2

$$\begin{aligned}\frac{9}{11} \div 3 &= \frac{9}{11} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{3}{11}\end{aligned}$$



ACTIVITÉ PRATIQUE

Matériel:

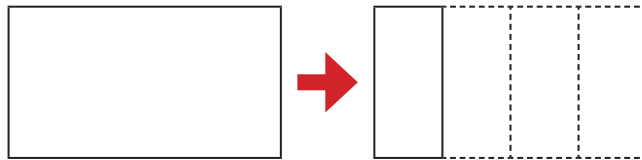
- du papier
- 1 crayon de couleur

FAIRE UN MODÈLE POUR DIVISER UNE FRACTION PAR UN NOMBRE NATUREL

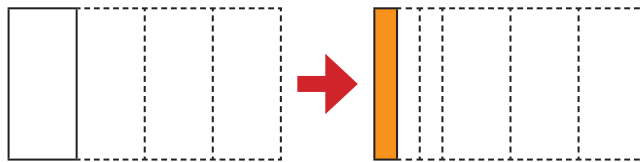
Travaillez en équipes de deux.

- 1 Utilisez la méthode suivante pour déterminer $\frac{1}{4} \div 3$.

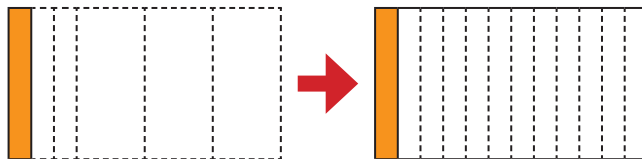
Étape 1 Utilisez une feuille de papier pour représenter 1 tout. Pliez-la en 4. (Ne la dépliez pas tout de suite.)



Étape 2 Continuez de plier la feuille, en 3 cette fois. Coloriez un des côtés de la feuille.



Étape 3 Dépliez la feuille pour voir apparaître le nombre total de parties.



Comptez:

- a) le nombre total de parties; **12**
b) le nombre de parties coloriées.

$$\frac{9}{11} \div 3 = \frac{1}{12}$$

- 2 Utilisez une méthode similaire pour diviser $\frac{1}{4}$ par 4.

Vérifie!

$$\begin{aligned} \frac{1}{12} \times 3 &= \frac{3}{12} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

JE M'EXERCE

Effectue les divisions suivantes. Tu peux dessiner des modèles pour t'aider.

1 $\frac{2}{3} \div 8 = \frac{1}{12}$

2 $\frac{3}{4} \div 12 = \frac{1}{16}$

3 $\frac{6}{7} \div 9 = \frac{2}{21}$

4 $\frac{5}{8} \div 10 = \frac{1}{16}$

Effectue les divisions suivantes.

5 $\frac{6}{11} \div 3 = \frac{2}{11}$

6 $\frac{8}{9} \div 4 = \frac{2}{9}$

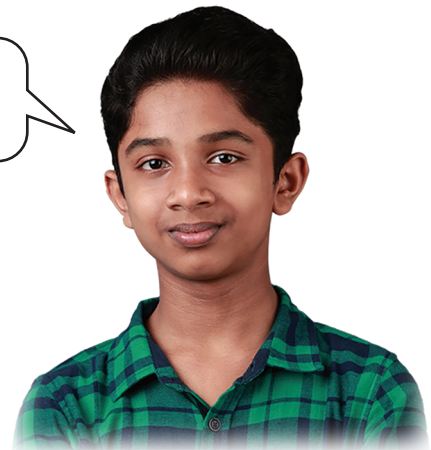
7 $\frac{3}{7} \div 2 = \frac{3}{14}$

8 $\frac{3}{5} \div 7 = \frac{3}{35}$

Résous le problème suivant. Montre ta démarche.

- 9 Rajesh a fabriqué une bannière. Il lui reste $\frac{2}{3}$ du tissu initial. Rajesh découpe le tissu qui reste en 4 morceaux plus petits, de taille égale.
Quelle fraction du tissu initial chaque petit morceau représente-t-il? $\frac{1}{6}$

Pense à réduire ta réponse à sa plus simple expression.



JOURNAL DE MATHÉMATIQUES

Amélie et Videsh ont chacun une opération à résoudre.

1 Amélie: $\frac{2}{9} \div 3$

2 Videsh: $\frac{2}{9} \times \frac{11}{4}$

Ils trouvent les réponses suivantes:

1 Amélie: $\frac{2}{9} \div 3 = \frac{2}{3}$

2 Videsh: $\frac{2}{9} \times \frac{11}{4} = \frac{13}{13}$

Leurs réponses sont incorrectes. Explique comment ils ont pu arriver à ces réponses incorrectes. Écris la bonne façon de résoudre chaque opération.

$$\frac{2}{9} \div 3 = \frac{2}{3}$$

$$9 \div 3 = 3$$

Amélie a obtenu la réponse $\frac{2}{3}$ en faisant une division.

Bonne façon de résoudre le problème:

$$\begin{aligned} \frac{2}{9} \div 3 &= \frac{2}{9} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{2}{27} \end{aligned}$$

$$\frac{2}{9} \times \frac{11}{4} = \frac{13}{13}$$

$$2 + 11 = 13$$

$$9 + 4 = 13$$

Videsh a obtenu la réponse $\frac{13}{13}$ en faisant une addition.

Bonne façon de résoudre le problème:

$$\begin{aligned} \frac{2}{9} \times \frac{11}{4} &= \frac{2 \times 11}{9 \times 4} \\ &= \frac{22}{36} \\ &= \frac{11}{18} \end{aligned}$$

Amélie a obtenu la réponse $\frac{2}{3}$ en divisant le dénominateur 9 par 3.



Videsh a obtenu la réponse $\frac{13}{13}$ en additionnant les numérateurs et les dénominateurs séparément.

DÉFI MÉNINGES !

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

1 Détermine la masse manquante dans chaque suite.

a) 2 000 g $\xrightarrow{\times 3}$ $\frac{1}{3}$ de 18 kg $\xrightarrow{\times 3}$ 18 000 g $\xrightarrow{\times 3}$ 54 kg $\xrightarrow{\times 3}$ $\frac{1}{3}$ de 486 kg

b) 7 000 g $\xrightarrow{+ 4 \text{ kg}}$ 11 kg $\xrightarrow{+ 8 \text{ kg}}$ $\frac{1}{2}$ de 38 kg $\xrightarrow{+ 12 \text{ kg}}$ 31 kg $\xrightarrow{+ 16 \text{ kg}}$ $1\frac{1}{4}$ de 37 600 g

2 Danny est la 31^e personne dans la file d'attente d'un autobus. Il se trouve juste derrière les $\frac{5}{9}$ du nombre total d'élèves dans la file. Combien d'élèves y a-t-il dans la file d'attente? **54 élèves**

3 Sumbal a acheté 10 petites voitures. Bastien a acheté $1\frac{1}{2}$ fois plus des mêmes petites voitures que Sumbal. Toutes les voitures coûtent le même prix. Le coût total des voitures qu'ils ont achetées est de 75\$. Combien coûte chaque petite voiture?

Corrigé: voir la page correspondante du Guide d'enseignement.

Processus mathématiques: raisonnement et justification, résolution de problèmes, établissement de liens, représentation

Stratégies: rechercher une régularité, faire un diagramme



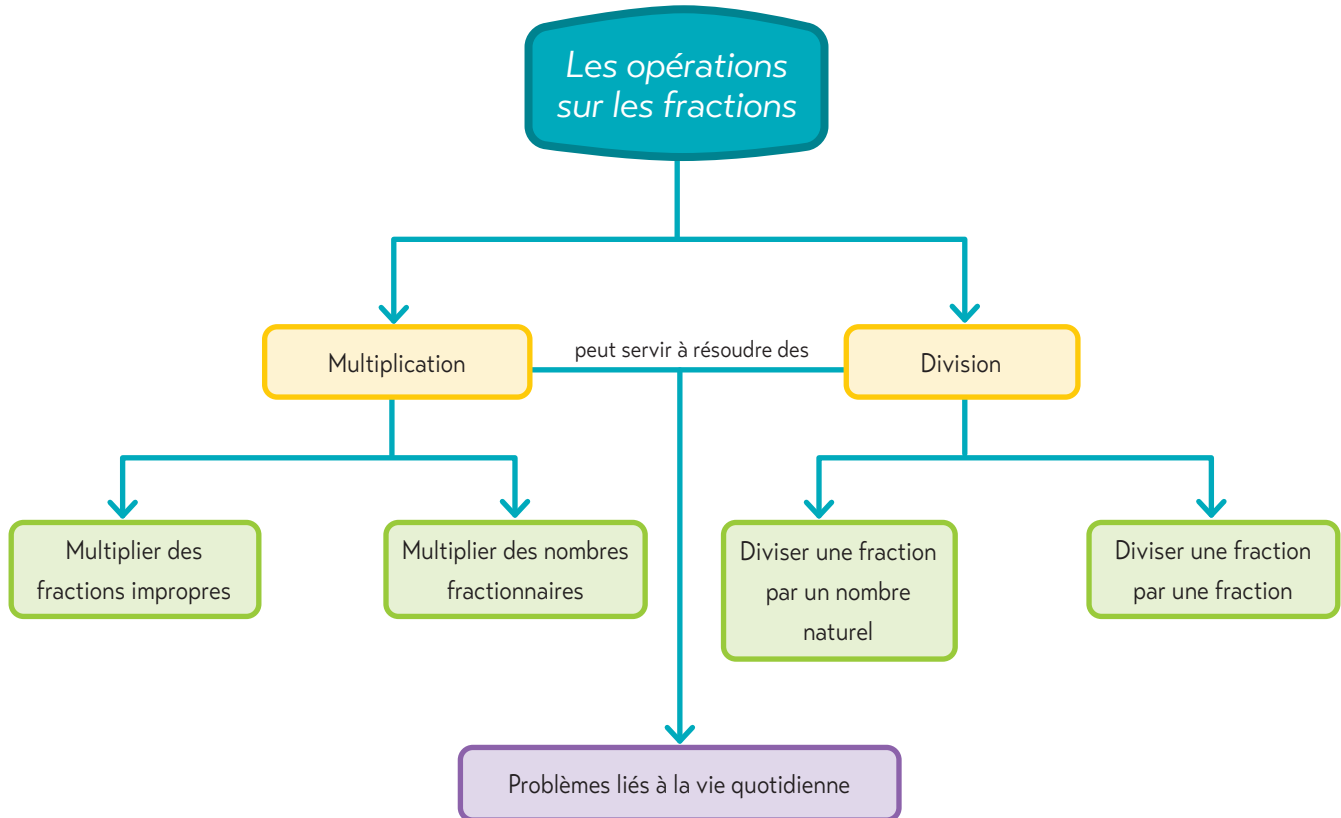
Quelle stratégie as-tu utilisée pour résoudre le problème 1? Décris ta stratégie à une ou un autre élève. Avez-vous utilisé la même stratégie? Si non, quelle stratégie préfères-tu? Pourquoi?





Qu'as-tu ressenti pendant l'étude des opérations sur les fractions? Quelles stratégies as-tu utilisées pour te sentir bien ou pour gérer tes émotions?

Schéma conceptuel



Concepts clés

- ▶ Tu peux multiplier des fractions impropres et des nombres fractionnaires.

Exemple: $1\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

- ▶ Tu peux diviser une fraction par un nombre naturel.

Exemple: $\frac{5}{6} \div 2 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$

- ▶ Tu peux diviser une fraction par une fraction.

Exemples: $1\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{6}{4} \div \frac{1}{4} = 6$ $\frac{3}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$

- ▶ Tu peux résoudre des problèmes liés à la vie quotidienne comportant l'addition, la soustraction, la multiplication et la division de fractions.

- ▶ Tu dois toujours réduire ta réponse à sa plus simple expression.