

Introduction à la modélisation mathématique, 1^{re} et 2^e année

Pour commencer

Préparez les élèves à résoudre un problème « désordonné » à l'aide d'activités qui leur permettent d'établir des liens ou d'acquérir des connaissances préalables, ou qui stimulent leur curiosité et leur questionnement. Vous pouvez utiliser des images, des objets ou des références à la vie quotidienne pour présenter le problème.

Ensuite, définissez le contexte du problème en expliquant la raison pour laquelle les élèves doivent résoudre celui-ci. (Ex. : Notre école veut amasser des fonds pour le refuge animal. Notre classe a été invitée à vendre des aimants pour réfrigérateur à la foire de l'école. Nous aurons deux tables à notre disposition pour étaler nos aimants durant la foire.)

Avant d'aborder la résolution du problème, il serait opportun d'entamer une discussion sur la façon de travailler en équipe pour résoudre un problème mathématique. Avec les élèves, vous pouvez créer un tableau d'ancrage qui établit ce qu'on doit dire et faire en tant qu'apprenantes et apprenants des mathématiques dans une équipe. Les comportements ci-dessous sont des exemples qui pourraient être inclus dans un tableau d'ancrage reflétant les attentes du travail en équipe.

Quand on travaille en équipe :

- On écoute quand les autres parlent.
- On s'assure que tout le monde a la chance de s'exprimer.
- On n'interrompt pas la personne qui parle.
- On utilise un langage respectueux.
- On utilise des expressions comme « Je suis d'accord ou en désaccord avec toi parce que... ».
- On utilise des expressions comme « J'ai une idée », « Et si on essayait... » et « J'aime la façon dont tu... ».
- On parle calmement.
- On se pose mutuellement des questions.
- On réalise notre part du travail.
- On s'aide mutuellement à rester concentrés sur la tâche.
- On reste avec notre équipe.
- On aide à ranger le matériel quand on a terminé.

Comprendre le problème

Que savons-nous déjà ? Que voulons-nous connaître ?

Afin de comprendre le problème, les élèves doivent déterminer ce qu'ils savent déjà et l'information dont ils ont besoin pour les aider à résoudre le problème.

Affichez le problème ou invitez les élèves à le lire dans leur manuel. Lisez le problème à haute voix pour vous assurer que les élèves n'ont pas de difficulté à le comprendre. Posez des questions telles que :

- *Sur quoi porte le problème ?*
- *Qu'essaie-t-on de découvrir ?*
- *Quels liens pouvez-vous établir avec ce problème ?*

Il est parfois utile d'inviter une ou un élève à reformuler le problème dans ses propres mots.

Les élèves veulent souvent passer directement à l'étape de la résolution sans analyser attentivement le problème. Leur enseigner le processus de modélisation mathématique les aidera à comprendre l'importance d'analyser le problème, de poser des questions et d'établir des hypothèses avant d'essayer de trouver une solution.

En groupe-classe, vous pouvez commencer par inviter les élèves à évaluer ce qu'ils savent déjà à propos du problème. Notez les réponses des élèves. Vous pouvez utiliser un tableau à deux colonnes intitulées **Information connue** et **Information à découvrir** ou un tableau SVA où les colonnes sont intitulées **Ce que je Sais**, **Ce que je Veux savoir** et **Ce que j'ai Appris**.

Invitez ensuite les élèves à travailler en équipes de deux ou plus pour formuler des questions à propos d'autres renseignements dont ils auront aussi besoin. Les élèves peuvent noter leurs questions sur des notes autocollantes ou sur des fiches. Au préalable, il est important que vous tentiez de prévoir les questions que les élèves pourraient poser. En ce qui concerne les problèmes de modélisation mathématique de *Modulo Mathématiques*, chaque leçon comprend des questions possibles que les élèves pourraient soulever.

Réunissez les élèves pour présenter leurs questions. Invitez une équipe à lire sa question et à l'afficher dans le tableau à deux colonnes ou dans le tableau SVA ; par exemple, dans une colonne intitulée **Information à découvrir**. Si une autre équipe a la même question ou une question semblable, elle peut l'afficher avec la première question. Continuez jusqu'à ce que toutes les questions aient été affichées et organisées. Il est essentiel d'afficher toutes les questions posées par les élèves.

Ensuite, vous pouvez commencer à travailler avec eux pour déterminer les questions les plus importantes ou les plus pertinentes.

Revoyez les questions avec les élèves pour voir s'il est déjà possible de répondre à certaines d'entre elles. Si c'est le cas, l'information peut être ajoutée dans la colonne **Information connue**. Il est important de réaliser que vous devrez répondre vous-même à certaines des questions. (Ex. : De combien d'espace disposons-nous pour étaler nos aimants à la foire?)

Ensuite, poursuivez en aidant les élèves à choisir les questions qui sont pertinentes au problème et celles qui ne les aideront vraisemblablement pas à trouver une solution. Guidez les élèves dans l'analyse des questions à l'aide de questions incitatives générales telles que :

- *Si nous trouvons la réponse à cette question, en quoi nous aidera-t-elle à résoudre le problème ?*
- *Quelle information pourrions-nous obtenir si on répondait à cette question ?*
- *Selon vous, cette question nous aidera-t-elle à trouver une solution ? Pourquoi ?*

Vous pouvez aussi poser des questions spécifiques au problème pour aider les élèves à déterminer la pertinence ou l'utilité de chaque question pour trouver une solution.

Par exemple :

Question de l'élève : Avons-nous assez d'espace pour étaler tous les aimants ?

Réponse de l'enseignant : Nous avons déjà cette information. Que savons-nous ? Nous avons deux tables identiques à celles de la classe. Comment cela nous aide-t-il à répondre à ta question ?

Question de l'élève : Chaque équipe doit-elle avoir le même nombre d'aimants de chaque forme ?

Questions de l'enseignant redirigées : Selon toi, avoir le même nombre d'aimants de chaque forme aidera-t-il à vendre les aimants à la foire de l'école ? Connaître cette information nous aidera-t-il à trouver une solution quant à la façon de classer et d'étaler les aimants ?

Analyser la situation

Quelles hypothèses dois-je établir à propos de la situation ? Qu'est-ce qui change ? Qu'est-ce qui reste identique ?

Invitez les élèves à réexaminer les données qu'ils ont recueillies au sujet du problème et les questions qu'ils ont déterminées. **Demandez** : Parmi les informations que nous connaissons, lesquelles ne peuvent pas changer ou resteront toujours les mêmes ? (le nombre d'aimants, la forme de chaque aimant, ce qu'il est possible de voir ou de lire sur chaque aimant, l'espace dont nous disposons pour les étaler) Qu'est-ce qui peut changer ? (la façon de les trier, le prix de chaque aimant, la façon de les étaler) Notez ces éléments pour que les élèves puissent les consulter quand ils commenceront à établir des hypothèses sur la façon de trouver une solution.

Présentez le concept de l'établissement d'hypothèses. Expliquez que parfois, on ne dispose pas de toute l'information nécessaire pour résoudre notre problème, et qu'il faut donc établir certaines hypothèses. Lorsqu'on établit des hypothèses, on essaie de les baser sur ce que l'on sait déjà ou sur nos opinions, mais on comprend que ces hypothèses doivent parfois être modifiées. Fournissez quelques exemples d'hypothèses en lien avec le problème. Ensuite, utilisez ces hypothèses pour aider les élèves à résoudre le problème. (Ex. : On ne sait pas si regrouper les aimants qui ont la même forme aidera à les vendre, mais on peut supposer que les gens pourraient préférer certaines formes, comme des cœurs ou des étoiles.)

Notez que différentes équipes ou des élèves seuls établiront leurs propres hypothèses qui mèneront à une solution différente au problème. Il est important que les élèves établissent eux-mêmes leurs hypothèses et la direction qu'ils prendront pour trouver une solution.

Chaque plan de leçon de *Modulo Mathématiques* présente des hypothèses que les élèves pourraient établir pour les aider à résoudre leur problème.

Invitez les élèves à travailler en équipes pour établir leurs hypothèses en lien avec le problème. (Ex. : Les gens achèteront nos aimants si on les regroupe selon la forme. Les gens achèteront nos aimants si on les regroupe selon ce qu'ils représentent ; par exemple, des chats. Nous devrions vendre les gros aimants à un prix plus élevé que les petits aimants. Nous devrions vendre chaque aimant 20 \$ pour amasser beaucoup d'argent.)

Pendant que les élèves établissent leurs hypothèses, amenez-les à les analyser. Posez des questions telles que :

- *Quelles hypothèses avez-vous déterminées ? Pouvez-vous m'expliquer votre raisonnement ?*
- *Aviez-vous établi d'autres hypothèses que vous n'avez pas utilisées ? Pourquoi ne les avez-vous pas retenues ?*
- *Comment avez-vous déterminé vos hypothèses ?*
- *Comment vos hypothèses vous aideront-elles à résoudre ce problème ?*

- *Selon vous, est-ce que tout le monde sera d'accord avec votre hypothèse ? Pourquoi ?*
- *Vos hypothèses sont-elles réalistes ? (Ex. : Les enfants et leurs parents paieront-ils 20 \$ pour un aimant pour réfrigérateur ? Comment pourrions-nous vérifier si ce prix est raisonnable ?)*
- *Quels pourraient être les défis à surmonter si vous utilisiez cette hypothèse pour résoudre notre problème ? (Ex. : Nous avons un seul aimant en forme de chat, alors trier les aimants selon l'image ou le message ne fonctionnerait peut-être pas.)*

Invitez les élèves à se rassembler en groupe-classe pour présenter leurs hypothèses. Utilisez des questions incitatives telles que celles énumérées précédemment pour amener les élèves à analyser leurs hypothèses. L'objectif à long terme est d'amener les élèves à analyser leurs propres hypothèses. Il est important que les élèves réalisent qu'ils n'auront pas tous les mêmes hypothèses ou le même plan pour résoudre le problème.

Amenez les élèves à réaliser que certaines hypothèses sont basées sur des faits ou des limites (le nombre d'aimants à vendre, l'espace disponible pour les étaler). Certaines hypothèses sont vraisemblables, mais nous avons des doutes (la plupart des enfants aiment les animaux, donc il faudrait avoir beaucoup d'aimants avec des images d'animaux). Et certaines hypothèses ne sont pas vraisemblables ou ne sont pas basées sur de l'information (nous devrions demander 20 \$ pour chaque aimant pour réfrigérateur).

Dites aux élèves que ces hypothèses les aideront à établir un plan pour résoudre le problème. Faites-leur remarquer qu'ils pourraient devoir modifier le plan quand ils commenceront à travailler pour trouver une solution. Vous pouvez donner des exemples de situations de la vie quotidienne où il faut parfois modifier ou réviser les plans en fonction de nouvelles informations ou d'un nouveau raisonnement.

Concevoir un modèle mathématique

Quels représentations, outils, technologies et stratégies seront utiles pour élaborer le modèle ? Quels connaissances, habiletés et concepts mathématiques pourraient être utilisés ?

À ce stade du processus mathématique, les élèves commencent à développer leur modèle mathématique en se basant sur leurs hypothèses. Vous devrez les guider pendant qu'ils travaillent.

Demandez aux élèves de faire un remue-méninge pour déterminer les concepts et les habiletés mathématiques dont ils pourraient avoir besoin pour résoudre leur problème. Par exemple :

- Il faut connaître différentes figures planes.
- Il faut savoir comparer différentes tailles d'aimants.
- Il faut savoir reconnaître des pièces de monnaie et des billets de banque.
- Il faut savoir écrire les prix sur les aimants.
- Il faut savoir rendre la monnaie.
- Il faut savoir additionner des montants d'argent.
- Il faut savoir ce qu'est l'aire pour déterminer le nombre d'aimants que nous pouvons placer sur la surface de la table.

Ensuite, invitez les élèves à commencer l'élaboration d'un modèle pour résoudre le problème en se basant sur leurs hypothèses. Demandez-leur d'indiquer des outils mathématiques qu'ils pourraient utiliser pour les aider à exécuter leur plan. Vous devrez guider les élèves dans l'élaboration de modèles appropriés ; par exemple, en les invitant à :

- concevoir un sondage ;
- créer un tableau ;
- utiliser un tableau de dénombrement ;
- faire un modèle en trois dimensions ;
- faire un schéma ou un diagramme ;
- utiliser des objets concrets ;
- créer un tableau de décision ou de comparaison.

Les plans de leçon de la modélisation mathématique de *Modulo Mathématiques* fournissent des exemples de modèles étayés appropriés pour chaque problème.

Invitez les élèves à travailler ensemble pour déterminer la façon de présenter leur modèle à leurs pairs. Dites-leur qu'ils devront expliquer pourquoi ils ont choisi cette façon particulière de résoudre leur problème. Autrement dit, ils devront justifier leur plan.

Analyser et évaluer le modèle

Ce modèle peut-il fournir une solution au problème ? Quels sont les autres modèles possibles ?

Invitez les élèves à présenter les modèles qu'ils ont élaborés pour fournir une solution au problème. Vous pouvez utiliser une variété de stratégies pour permettre à chaque

équipe de présenter son modèle et d'expliquer son raisonnement. Vous pouvez organiser une galerie des stratégies ou utiliser la stratégie de l'aquarium.

Après la présentation du modèle de chaque équipe, les élèves des autres équipes peuvent poser des questions.

Vous pouvez aussi poser des questions incitatives pour amener les élèves à évaluer leur modèle. Par exemple :

- *Votre plan a-t-il fourni une bonne solution au problème ? Comment le savez-vous ?*
- *Quel a été le plus grand défi dans la résolution de ce problème ?*
- *Avez-vous modifié votre plan en cours de route ?*
- *Quelle équipe a établi une hypothèse différente de la vôtre ?*
- *Quelle équipe a résolu le problème à l'aide d'un modèle ou d'un plan différent du vôtre ?*
- *Après avoir vu la présentation des autres équipes, que pourriez-vous modifier dans votre hypothèse ou votre plan ?*
- *Quels liens pouvez-vous établir entre ce problème et d'autres situations de la vie quotidienne ?*
- *Selon vous, quels autres problèmes pourriez-vous résoudre à l'aide de votre modèle ?*

Ensuite, invitez les élèves à réfléchir aux habiletés socioémotionnelles du domaine A :

- *Est-ce que j'ai contribué au travail d'équipe ?*
- *Est-ce que j'ai écouté les idées des autres membres de mon équipe ?*
- *Est-ce que j'ai utilisé un langage respectueux quand je parlais aux autres ?*
- *Est-ce que j'ai essayé d'autres stratégies quand quelque chose ne fonctionnait pas ?*
- *Est-ce que j'ai encouragé les membres de mon équipe quand ils devenaient frustrés ?*
- *Est-ce que j'ai persévéré quand c'était difficile ?*

Les outils d'évaluation suivants sont disponibles sur la plateforme  Interactif.

Travailler en équipes de deux ou plus

Pour les élèves

- Notre contrat de travail en équipe
- Autoévaluation du travail en équipe
- Notre rapport d'équipe

Pour les enseignants

- Évaluation diagnostique du travail en équipe
- Évaluation critériée du travail en équipe

Modélisation mathématique

Pour les enseignants

- Évaluation diagnostique de la modélisation mathématique
- Évaluation critériée de la modélisation mathématique

Apprentissage socioémotionnel

Pour les élèves

- Autoévaluation de mes habiletés socioémotionnelles

Pour les enseignants

- Évaluation diagnostique des habiletés d'apprentissage
- Évaluation critériée des habiletés d'apprentissage