

Les relations entre les nombres

Leçons

- 1.1** Les grands nombres
- 1.2** Les facteurs et les multiples communs
- 1.3** La notation exponentielle
- 1.4** Les carrés et les racines carrées

En quoi les relations entre les nombres sont-elles utiles au quotidien?

As-tu déjà participé à une vente de pâtisseries à l'école?

Supposons que tu as 9 tartelettes aux raisins secs et 18 cannoli, et que tu veux faire autant d'ensembles identiques que possible. Comment t'y prendrais-tu?

Dans ce chapitre, tu apprendras à déterminer le plus grand facteur commun et le plus petit commun multiple de deux nombres naturels. Tu représenteras et compareras de grands nombres en te servant de la notation exponentielle. Enfin, tu découvriras la relation entre les carrés et les racines carrées.



Les nombres peuvent être représentés et comparés de différentes façons.

Le produit de deux facteurs est un multiple de ces deux nombres.

Tu peux te servir de la notation exponentielle pour représenter la multiplication répétée d'un même facteur.

Élever au carré et calculer une racine carrée sont deux opérations inverses.

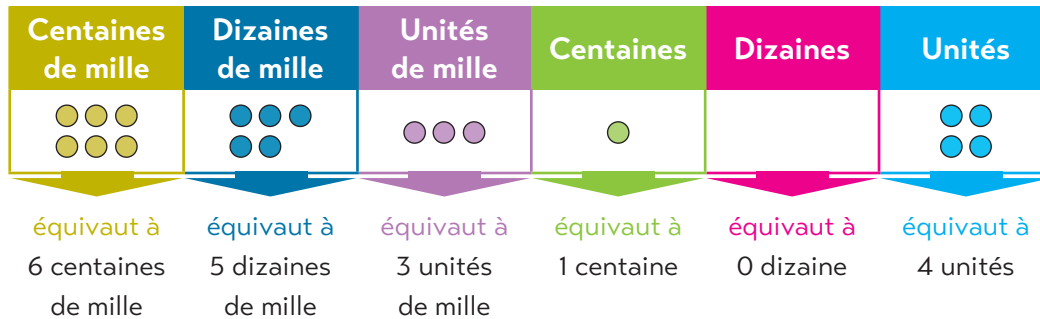
Nous devons partager également les éléments pour faire des ensembles identiques. Comment pouvons-nous utiliser le partage équitable quand nous travaillons ensemble?



JE RÉACTIVE MES CONNAISSANCES

Écrire des nombres selon la forme usuelle, en mots et selon la forme développée

Quel est le nombre selon la forme usuelle, en mots et selon la forme développée?



	Forme usuelle	En mots
6 centaines de mille	600 000	six cent mille
5 dizaines de mille	50 000	cinquante mille
3 unités de mille	3 000	trois mille
1 centaine	100	cent
0 dizaine	0	
4 unités	4	quatre

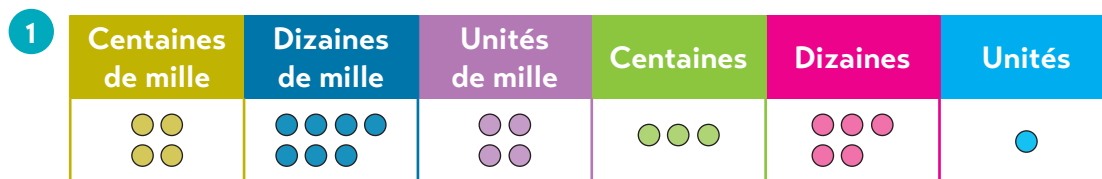
Nombre selon la forme usuelle: 653 104

Nombre en mots: six cent cinquante-trois mille cent quatre

Nombre selon la forme développée: $600\ 000 + 50\ 000 + 3\ 000 + 100 + 4$

Révision éclair

Exprime le nombre selon la forme usuelle, en mots et selon la forme développée.



Nombre selon la forme usuelle: 474 351

Nombre en mots: quatre cent soixante-quatorze mille trois cent cinquante et un

Nombre selon la forme développée: $400\ 000 + 70\ 000 + 4\ 000 + 300 + 50 + 1$

Les facteurs et les multiples communs

Objectifs

- Déterminer les facteurs d'un nombre naturel.
- Déterminer les facteurs communs et le plus grand facteur commun de deux et de trois nombres naturels.
- Déterminer les multiples d'un nombre naturel.
- Déterminer les multiples communs et le plus petit commun multiple de deux et de trois nombres naturels.

Vocabulaire

- facteurs (d'un nombre)
- facteurs communs
- plus grand facteur commun (PGFC)
- multiple
- multiples communs
- plus petit commun multiple (PPCM)

ACTIVITÉ PRATIQUE

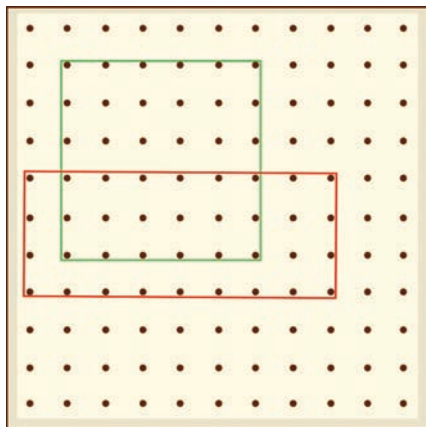
EXPLORER LES FACTEURS À L'AIDE D'UN GÉOPLAN

Travaillez en équipes de deux.

Étape 1 Placez les cartes numérotées face cachée sur une table et mélangez-les.

Étape 2 À tour de rôle, pigez une carte.

Étape 3 Le nombre que vous avez pigé représente l'aire d'un rectangle ou d'un carré, en unités carrées. Formez différents carrés et rectangles de cette aire sur le géoplan.



À partir d'une aire de 36 unités carrées, tu peux former un carré de 6×6 , un rectangle de 4×9 , etc.



Matériel:

- des cartes numérotées (12, 16, 18, 20)
- un géoplan (20 x 20) ou du papier quadrillé
- des élastiques

Étape 4 Dressez la liste de la mesure des côtés de tous les rectangles et carrés créés à l'**étape 3**.

Étape 5 Donnez votre liste à votre partenaire et vérifiez vos solutions.

Étape 6 Répétez les **étapes 2 à 5** pour écrire tous les **facteurs** de toutes les cartes numérotées. 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12 16: 1, 2, 4, 8, 16
18: 1, 2, 3, 6, 9, 18 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20

J'APPRENDS Déterminer les facteurs d'un nombre naturel

Détermine les facteurs de 50.

50 peut-il être divisé sans reste par 1?

Oui, $50 = 1 \times 50$

Donc 1 et 50 sont des facteurs de 50.

50 peut-il être divisé sans reste par 2?

Oui, $50 = 2 \times 25$

Donc 2 et 25 sont des facteurs de 50.

50 peut-il être divisé sans reste par 3 ou par 4? Non

50 peut-il être divisé sans reste par 5?

Oui, $50 = 5 \times 10$

Donc, 5 et 10 sont des facteurs de 50.

50 peut-il être divisé sans reste par 6 ou par 7? Non

Les facteurs de 50 sont 1, 2, 5, 10, 25 et 50.

Tu peux utiliser un géoplan ou du papier quadrillé pour t'aider à déterminer les facteurs en formant différents rectangles ayant une aire de 50 unités carrées.



Pense mathématiques!

Quelle est la relation entre les facteurs de 50 et les nombres naturels correspondant aux longueurs des côtés d'un rectangle ayant une aire de 50 unités carrées?

APPRENTISSAGE GUIDÉ

Détermine les facteurs du nombre donné.

1 25 1, 5, 25

3 120 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120

2 72 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72

4 280 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 20, 28, 35, 40, 56, 70, 140, 280

J'APPRENDS Déterminer les facteurs communs de deux nombres naturels

Détermine les **facteurs communs** de 12 et de 30.

Facteurs de 12	Facteurs de 30
$12 = 1 \times 12$	$30 = 1 \times 30$
$12 = 2 \times 6$	$30 = 2 \times 15$
$12 = 3 \times 4$	$30 = 3 \times 10$
	$30 = 5 \times 6$

Facteurs de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12

Facteurs de 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

1, 2, 3 et 6 sont les facteurs communs de 12 et de 30.

Tu peux trouver les facteurs communs de trois nombres de la même façon.

Facteurs de 10: 1, 2, 5, 10

Facteurs de 26: 1, 2, 13, 26

Facteurs de 32: 1, 2, 4, 8, 16, 32

Les facteurs communs de 10, 26 et 32 sont 1 et 2.



APPRENTISSAGE GUIDÉ

Trouve les facteurs communs.

- 5 Sers-toi de la liste de facteurs pour déterminer les facteurs communs de 10 et de 28.

Facteurs de 10	Facteurs de 28
$10 = 1 \times 10$	$28 = 1 \times 28$
$10 = 2 \times 5$	$28 = 2 \times 14$
	$28 = 4 \times 7$

Les facteurs de 10 sont 1, 2, 5 et 10.

Les facteurs de 28 sont 1, 2, 4, 7, 14 et 28.

Les facteurs communs de 10 et de 28 sont 1 et 2.

Détermine les facteurs communs des deux nombres donnés.

6 16 et 24 **1, 2, 4 et 8**

7 27 et 35 **1**

8 36 et 50 **1 et 2**

9 40 et 54 **1 et 2**

Détermine les facteurs communs des trois nombres donnés.

10 12, 16 et 36 **1, 2 et 4**

11 15, 18 et 66 **1 et 3**

J'APPRENDS Déterminer le plus grand facteur commun de deux nombres naturels

Détermine le **plus grand facteur commun (PGFC)** de 45 et de 75.

Méthode 1

Facteurs de 45	Facteurs de 75
$45 = 1 \times 45$	$75 = 1 \times 75$
$45 = 3 \times 15$	$75 = 3 \times 25$
$45 = 5 \times 9$	$75 = 5 \times 15$

Remarque

Si deux nombres naturels n'ont pas d'autres facteurs communs que 1, alors leur plus grand facteur commun est 1.

Facteurs de 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45

Facteurs de 75: 1, 3, 5, 15, 25, 75

Les facteurs communs de 45 et de 75 sont 1, 3, 5 et 15.

Parmi ces quatre facteurs, 15 est le plus grand nombre.

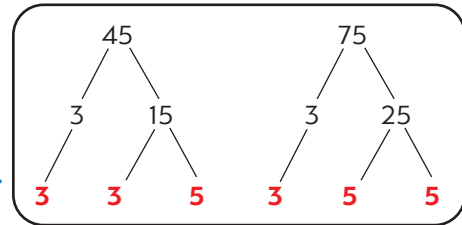
15 est donc le plus grand facteur commun de 45 et de 75.

Méthode 2

Utilise la décomposition en facteurs premiers.

$45 = 3 \times 3 \times 5$ Détermine les facteurs premiers communs à 45 et 75 et encercle-les.

$75 = 3 \times 5 \times 5$

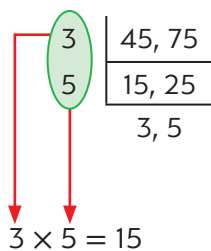


Plus grand facteur commun = 3×5
= 15

Le plus grand facteur commun de 45 et de 75 est 15.



Méthode 3



Divise le nombre par le facteur premier commun 3.

Divise le nombre par le facteur premier commun 5.

Puisque 3 et 5 n'ont pas de facteurs communs autres que 1, arrête la division ici.

Multiplie les facteurs communs.

$3 \times 5 = 15$

Le plus grand facteur commun de 45 et de 75 est 15.

APPRENTISSAGE GUIDÉ

Effectue l'exercice.

12 Détermine le plus grand facteur commun de 20 et de 32.

Méthode 1

Facteurs de 20	Facteurs de 32
$20 = 1 \times 20$	$32 = 1 \times 32$
$20 = 2 \times 10$	$32 = 2 \times 16$
$20 = 4 \times 5$	$32 = 4 \times 8$

Les facteurs de 20 sont 1, 2, 4, 5, 10 et 20.

Les facteurs de 32 sont 1, 2, 4, 8, 16 et 32.

Les facteurs communs de 20 et de 32 sont 1, 2 et 4.

Le plus grand facteur commun de 20 et de 32 est 4.

Méthode 2

Utilise la décomposition en facteurs premiers.

$$20 = 2 \times \underline{2} \times \underline{5}$$

$$32 = 2 \times \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Plus grand facteur commun} &= 2 \times \underline{2} \\ &= \underline{4} \end{aligned}$$

Le plus grand facteur commun de 20 et de 32 est 4.

Méthode 3

$$\begin{array}{r|l} 2 & 20, \quad 32 \\ \hline \underline{2} & \underline{10}, \quad \underline{16} \\ & 5, \quad 8 \end{array}$$

$$2 \times \underline{2} = \underline{4}$$

Le plus grand facteur commun de 20 et de 32 est 4.

Laquelle de ces trois méthodes préfères-tu utiliser pour déterminer le PGFC de deux nombres? Pourquoi?



Détermine le plus grand facteur commun des deux nombres donnés.

13 15 et 27 **3**

14 36 et 54 **18**

15 48 et 72 **24**

16 40 et 144 **8**

Détermine le plus grand facteur commun des trois nombres donnés.

17 12, 21 et 39 **3**

18 48, 60 et 84 **12**



ACTIVITÉ PRATIQUE

DÉTERMINER LES FACTEURS COMMUNS ET LE PLUS GRAND FACTEUR COMMUN DE DEUX ET DE TROIS NOMBRES DONNÉS

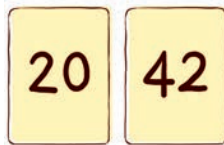
Matériel :

- des cartes numérotées (de 10 à 100)
- des cartes de facteurs (2, 3, 5 et 7, en plusieurs exemplaires)

Travaillez en équipes de deux, puis de trois.

- Étape 1** Mélangez les cartes numérotées et placez-les face cachée sur une surface plane. Donnez un ensemble de cartes de facteurs à chaque élève.
- Étape 2** Chaque élève retourne une carte numérotée et utilise ses cartes de facteurs pour représenter ce nombre à l'aide de la décomposition en facteurs premiers.
- Étape 3** Le premier élève énonce le plus grand facteur commun (PGFC) des deux nombres. Si sa réponse est correcte, il garde les deux cartes numérotées. Les élèves réutilisent les cartes de facteurs chaque fois.

Exemple



- Étape 4** Deux nouvelles cartes numérotées sont retournées, et le processus est répété. Cette fois, c'est au tour du deuxième élève d'énoncer le PGFC.
- Étape 5** Le jeu se poursuit jusqu'à ce que toutes les cartes numérotées aient été utilisées. L'élève qui a le plus de cartes numérotées gagne la partie.
- Étape 6** Jouez une autre partie, cette fois en équipe de trois. À tour de rôle, les élèves énoncent le PGFC des trois nombres.

J'APPRENDS Déterminer les multiples d'un nombre naturel

Quels sont les multiples de 5?

Multiples de 5

$$\begin{aligned}1 \times 5 &= 5 \\2 \times 5 &= 10 \\3 \times 5 &= 15 \\4 \times 5 &= 20 \\5 \times 5 &= 25 \\6 \times 5 &= 30 \\7 \times 5 &= 35 \\8 \times 5 &= 40 \\9 \times 5 &= 45 \\10 \times 5 &= 50 \\11 \times 5 &= 55 \\12 \times 5 &= 60 \\&\dots\end{aligned}$$

Un nombre a est un **multiple** de b s'il existe un nombre entier que b peut multiplier pour donner a comme résultat.



Pour déterminer les multiples d'un nombre naturel, multiplie le nombre par 1, 2, 3, 4, ...



Les multiples de 5 sont 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, ...

APPRENTISSAGE GUIDÉ

Détermine les 12 premiers multiples du nombre donné.

19 6 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42,
48, 54, 60, 66, 72

20 7 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49,
56, 63, 70, 77, 84

Encerle les multiples de 15.

21 25 30 45 50 55 60 75 85 90 100

ACTIVITÉ PRATIQUE

EXPLORER LES MULTIPLES COMMUNS À L'AIDE D'UNE GRILLE DE 100

Travaillez en équipes de deux.

Quels sont les **multiples communs** de 6 et de 9 entre 1 et 100?

Étape 1 Sur une grille de 100, encerclez en rouge les multiples du premier nombre.

Étape 2 Encerclez en bleu les multiples du deuxième nombre.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Les multiples communs de 6 et de 9 sont encadrés à la fois en bleu et en rouge.



Dressez la liste des multiples communs de 6 et de 9 entre 1 et 100.

18, 36, 54, 72 et 90

Répétez les **étapes 1 et 2** pour déterminer:

- les multiples communs de 4 et de 7 entre 1 et 60.
28 et 56
- les multiples communs de 2 et de 11 entre 1 et 100.
22, 44, 66 et 88

J'APPRENDS Déterminer les multiples communs de deux nombres naturels

Détermine les deux premiers multiples communs de 8 et de 12.

Multiples de 8	Multiples de 12
$1 \times 8 = 8$	$1 \times 12 = 12$
$2 \times 8 = 16$	$2 \times 12 = 24$
$3 \times 8 = 24$	$3 \times 12 = 36$
$4 \times 8 = 32$	$4 \times 12 = 48$
$5 \times 8 = 40$	$5 \times 12 = 60$
$6 \times 8 = 48$	$6 \times 12 = 72$
$7 \times 8 = 56$	$7 \times 12 = 84$
$8 \times 8 = 64$	$8 \times 12 = 96$
$9 \times 8 = 72$	$9 \times 12 = 108$
$10 \times 8 = 80$	$10 \times 12 = 120$
...	...

Détermine quels multiples sont communs au nombre 8 et au nombre 12.



Multiples de 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, ...

Multiples de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, ...

24, 48 et 72 sont des multiples communs de 8 et de 12.

Les deux premiers multiples communs de 8 et de 12 sont 24 et 48.

APPRENTISSAGE GUIDÉ

Trouve les multiples.

22 Détermine les trois premiers multiples communs de 3 et de 5.

Les multiples de 3 sont 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21,
24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, ...

Les multiples de 5 sont 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35,
40, 45, 50, ...

Les trois premiers multiples communs de 3 et de 5 sont 15, 30 et 45.

Dresse la liste des 10 premiers multiples des nombres donnés. Ensuite, détermine les multiples communs. *Corrigé: voir la page correspondante du Guide*

23 6 et 12

d'enseignement.

24 7, 8 et 11

J'APPRENDS Déterminer le plus petit commun multiple de deux nombres naturels

Détermine le **plus petit commun multiple (PPCM)** de 6 et de 9.

Méthode 1

Multiples de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...

Multiples de 9: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, ...

Les multiples communs de 6 et de 9 sont 18, 36, 54, ...

Parmi ces multiples communs, 18 est celui ayant la plus petite valeur.

18 est donc le plus petit commun multiple de 6 et de 9.

Méthode 2

Utilise la décomposition en facteurs premiers.

$$6 = 2 \times 3 \times 3$$

$$9 = 3 \times 3 \times 3$$

Plus petit commun multiple = $2 \times 3 \times 3$
= 18

2 x 3 x 3 est le plus petit produit contenant 2 x 3 et 3 x 3.

2 x 3 x 3 équivaut donc au plus petit commun multiple de 6 et de 9.



Le plus petit commun multiple de 6 et de 9 est 18.

Méthode 3

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 6, 9} \\ \underline{2, 3} \end{array}$$

Divise par le facteur premier commun 3.

Puisque 2 et 3 n'ont pas de facteurs communs autres que 1, arrête la division ici.

$3 \times 2 \times 3 = 18$ Multiplie les facteurs.

Le plus petit commun multiple de 6 et de 9 est 18.

APPRENTISSAGE GUIDÉ

Trouve les multiples.

25 Détermine le plus petit commun multiple de 8 et de 10.

Méthode 1

Les multiples de 8 sont 8, 16, 24, 32, 40, 48,
56, 64, 72, 80, ...

Les multiples de 10 sont 10, 20, 30, 40, 50, 60,
70, 80, 90, 100, ...

Les deux premiers communs multiples de 8 et de 10 sont 40 et 80.

Le plus petit commun multiple de 8 et de 10 est 40.

Méthode 2

Utilise la décomposition en facteurs premiers.

$$8 = 2 \times \underline{2} \times \underline{2} \quad 10 = 2 \times \underline{5}$$

$$\begin{aligned} \text{Plus petit commun multiple} &= 2 \times \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{5} \\ &= \underline{40} \end{aligned}$$

Le plus petit commun multiple de 8 et de 10 est 40.

Méthode 3

$$\begin{array}{l} 2 \mid \underline{8, \quad 10} \\ \quad \underline{4, \quad 5} \end{array}$$

$$2 \times \underline{4} \times \underline{5} = \underline{40}$$

Le plus petit commun multiple de 8 et de 10 est 40.

Détermine le plus petit commun multiple des deux nombres donnés.

26 3 et 7 **21**

27 5 et 12 **60**

28 8 et 18 **72**

29 6 et 22 **66**

Détermine le plus petit commun multiple des trois nombres donnés.

30 3, 4 et 8 **24**

31 7, 21 et 35 **105**

Détermine le plus petit commun multiple des deux dénominateurs.

32 $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{5}$ **15**

33 $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{12}$ **12**

JE M'EXERCE

Détermine les facteurs communs des deux nombres donnés.

- | | | | | | |
|---|----------|----------------|---|----------|---------------|
| 1 | 18 et 63 | 1, 3 et 9 | 2 | 15 et 75 | 1, 3, 5 et 15 |
| 3 | 30 et 50 | 1, 2, 5 et 10 | 4 | 64 et 92 | 1, 2 et 4 |
| 5 | 26 et 78 | 1, 2, 13 et 26 | 6 | 55 et 88 | 1 et 11 |

Détermine le plus grand facteur commun des deux nombres donnés.

- | | | | | | |
|----|----------|----|----|-----------|----|
| 7 | 24 et 36 | 12 | 8 | 30 et 54 | 6 |
| 9 | 42 et 98 | 14 | 10 | 48 et 72 | 24 |
| 11 | 65 et 91 | 13 | 12 | 84 et 100 | 4 |

Détermine le plus grand facteur commun des trois nombres donnés.

- | | | | | | |
|----|--------------|----|----|----------------|----|
| 13 | 26, 52 et 65 | 13 | 14 | 42, 105 et 147 | 21 |
|----|--------------|----|----|----------------|----|

Détermine les cinq premiers multiples communs des deux nombres donnés.

- | | | | | | |
|----|----------|------------------------|----|----------|-------------------------|
| 15 | 5 et 6 | 30, 60, 90, 120, 150 | 16 | 4 et 7 | 28, 56, 84, 112, 140 |
| 17 | 9 et 10 | 90, 180, 270, 360, 450 | 18 | 8 et 11 | 88, 176, 264, 352, 440 |
| 19 | 15 et 25 | 75, 150, 225, 300, 375 | 20 | 14 et 20 | 140, 280, 420, 560, 700 |

Détermine le plus petit commun multiple des deux nombres donnés.

- | | | | | | |
|----|----------|----|----|----------|----|
| 21 | 3 et 10 | 30 | 22 | 7 et 12 | 84 |
| 23 | 5 et 8 | 40 | 24 | 9 et 11 | 99 |
| 25 | 10 et 14 | 70 | 26 | 18 et 24 | 72 |

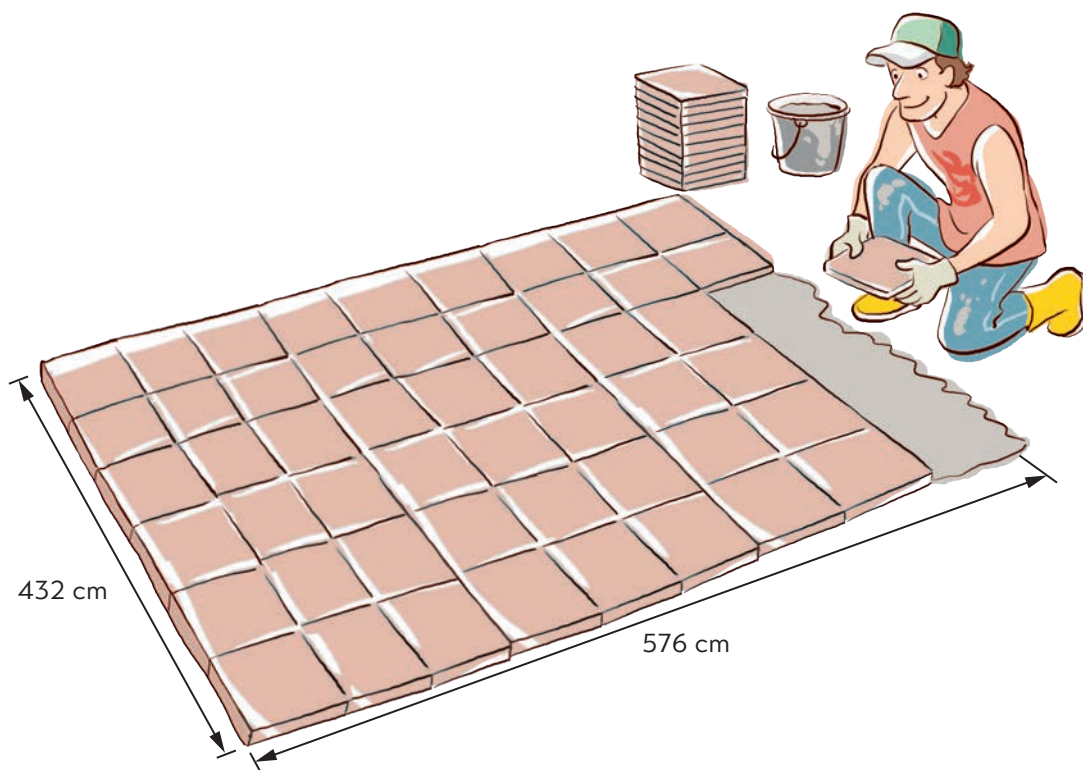
Détermine le plus petit commun multiple des trois nombres donnés.

- | | | | | | |
|----|------------|-----|----|--------------|-----|
| 27 | 2, 6 et 34 | 102 | 28 | 10, 25 et 30 | 150 |
|----|------------|-----|----|--------------|-----|

DÉFI MÉNINGES!

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

- 1 M. Hamel veut carrelé son patio rectangulaire à l'aide de tuiles carrées. Son patio mesure 432 centimètres sur 576 centimètres. Détermine le plus petit nombre de tuiles carrées que M. Hamel peut utiliser sans couper aucune d'entre elles. (Indice: Détermine d'abord la plus grande taille de tuile dont il peut se servir.) **12 tuiles**



- 2 Le plus grand nombre premier connu, $2^{82\,589\,933} - 1$, contient 24 862 048 chiffres. Combien de chiffres de plus aura le produit de ce nombre et de 11? **Un ou deux chiffres de plus**

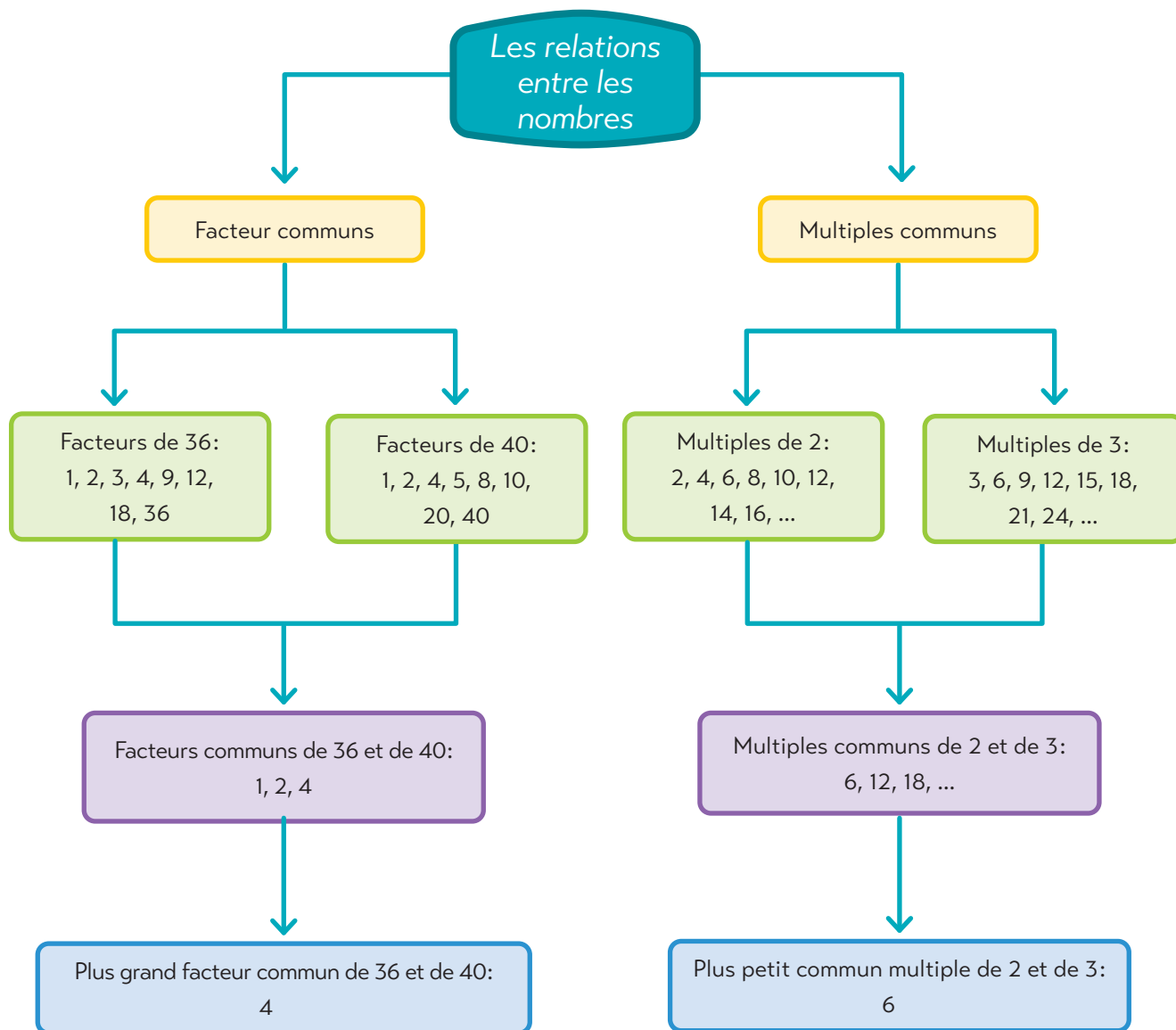
Processus mathématiques: résolution de problèmes, établissement de liens, représentation, raisonnement et justification

Stratégies de résolution de problèmes: faire un schéma, simplifier le problème

Schéma conceptuel



On dit souvent: «C'est en forgeant qu'on devient forgeron.» Qu'en penses-tu?



Concepts clés

- ▶ Le plus grand facteur commun de deux ou de plusieurs nombres naturels est le facteur ayant la plus grande valeur parmi tous les facteurs communs de ces nombres.
- ▶ Le plus petit commun multiple de deux ou de plusieurs nombres naturels est le multiple ayant la plus petite valeur parmi tous les multiples communs de ces nombres.